

# La question de la scientificité en recherche qualitative

**Robert Marty**, Docteur d'État ès Sciences Mathématiques, Lettres et Sciences Humaines

---

Université de Perpignan - France

## Résumé

Cet article s'efforce de dresser d'abord un tableau aussi exhaustif que la culture de son auteur a permis de le faire des différents états de formalisation dans des domaines bien identifiés des Sciences humaines, depuis le simple schéma vaguement descriptif jusqu'aux mathématisations les plus élaborées et les plus techniques. À chaque pas il est fait état – dans la mesure où un propos se veut vraiment scientifique – qu'il fasse faire droit à une nécessité épistémologique consistant essentiellement dans premier un premier effort de catégorisation constitutif des objectivités suivi de la construction d'une algèbre de formes, aussi fruste soit-elle. Ceci afin de dépasser les opinions particulières, les arguments d'autorité et de franchir les traditionnels verrous académiques. Cela implique l'incorporation dans la recherche qualitative d'une tension permanente vers une mathématisation rigoureuse conçue comme l'horizon d'un processus scientifique.

## Mots clés

SCIENTIFICITÉ, CATÉGORISATION, FORMALISATION, MATHÉMATISATION

*« La pensée est comme le fil  
d'une mélodie qui parcourt  
la suite de nos sensations ».*  
(CS Peirce, 1879, p. 44)

## Introduction

Toute science est l'étude d'une phénoménologie régionale. Ses contours sont précisés par des définitions qui identifient l'objet de connaissance avec autant de précision que possible. Un travail scientifique consiste à produire des propositions de portée générale ou universelle sur le domaine ainsi défini. Sont **générales** les propositions qui s'étendent à la majorité des éléments au sein de ce domaine. Sont **universelles** celles qui s'étendent à **tous** ses éléments, en tous lieux et en tous temps. Le général s'oppose en ce sens à l'universel en ce

qu'il autorise des exceptions. Il en résulte que toute proposition de portée générale est révisable à tout moment dans le cours de l'expérience. En revanche, toute proposition universelle est pleinement valide tant que le cadre de référence (le corpus de définitions initial) dans lequel elle a été exprimée n'est pas modifié. Par exemple, les traitements quantitatifs de données numériques qui permettent d'observer des régularités donnent lieu à l'énoncé de propositions qui se présentent comme autant de lois universelles. Ces énoncés satisfont par nature aux critères communément admis de scientificité, poppériens par exemple, puisque tout nombre peut toujours être réfuté par un autre nombre. Le débat sur la scientificité en est considérablement facilité et il peut être réglé par des expériences cruciales. La recherche qualitative en sciences humaine, on en conviendra aisément, n'offre pas ces facilités.

Dans tous les cas, quand les contours d'un domaine suffisamment étendu sont bien définis on est confronté en général (si le domaine est de quelque importance et si sa connaissance est socialement utile) à une très grande masse de données d'une grande diversité apparente. La première question qui se pose alors est la réduction de cette diversité puisque une étude exhaustive est exclue. Pour réduire cette multitude à un niveau que l'esprit humain est capable d'appréhender on n'a pas d'autre recours que de catégoriser : à un grand nombre d'informations on substituera un nombre significativement moindre de catégories. On perdra donc à coup sûr de l'information (donc de la connaissance) ce qui nécessitera l'accord de la communauté scientifique et pourra donc faire débat. D'où l'exigence que la catégorisation qui consiste à opérer une partition du domaine soit réalisée selon des critères explicites dont l'application peut-être vérifiée. Si les éléments du phénomène sont caractérisables par des grandeurs mesurables (poids, taille, volume, pression, ...) ou repérables (température ...) on obtiendra une partition objective ou plutôt « indexicale », c'est-à-dire réellement connectée au mode d'être de l'objet de connaissance. C'est le cas général des sciences exactes mais on le rencontre aussi dans les sciences humaines, par exemple quand on catégorise une population par les revenus ou des classes d'âge. Dans les autres cas les catégories seront constituées au moyen de listes finies de caractères exclusives les unes des autres (comme par exemple les catégories socioprofessionnelles). Que ce soit en recherche quantitative ou qualitative, la quête d'universalité commence donc par la création de catégories d'éléments d'une phénoménologie.

### **Les doctrines informes ou la pensée scientifique à l'état natif**

Ces catégories sont elles-mêmes des éléments nouveaux de seconde intention (des « êtres de raison » obtenus en regroupant des éléments) porteurs d'une

information spécifique au domaine étudié. Que peut-on en faire sinon les connecter pour obtenir in fine un nouvel ensemble « d'un seul tenant » (un ensemble connexe), une sorte « d'ensemble-squelette » en substitution de l'ensemble initial? Dans le cas quantitatif ce pas est aisé car les nombres qui sont affectés à chacune des catégories amènent leurs propres connexités. Par exemple les revenus catégorisés par intervalles se trouvent ipso facto dans une relation d'ordre avec un plus grand et un plus petit élément. Le nouvel ensemble (les classes de revenus) est immédiatement structuré par cette relation tout simplement parce que les intervalles sont les parties connexes de l'ensemble des nombres réels. En ce qui concerne les catégorisations qualitatives ce sont les relations entre listes qui génèrent des structurations. Par exemple la phénoménologie peircienne distingue trois catégories – et trois seulement – d'éléments des phénomènes selon leur mode d'être. Or ces modes d'être, nommés Priméité, Secondéité, Tiercéité sont hiérarchisés par des relations de présupposition non-réciproques selon lesquelles la Tiercéité présuppose la Secondéité laquelle à son tour présuppose la Priméité. Dans cet exemple, la liste des qualités est une courte liste de trois modes d'être, divisée en trois listes comportant chacune une seule de ces qualités. On trouvera dans (Marty, 2012) une introduction aux formalismes opératoires correspondants. C'est un cas très simple... mais il y a plus simple : par exemple les catégorisations binaires du genre dominant-dominés en sociologie, signifiant-signifié ou contenu-expression ou encore forme du contenu – forme de l'expression en sémiologie, ou propriétaire-locataire en urbanisme, qui génèrent aussi une relation d'ordre (dépendance hiérarchisante). Les cas plus fréquents, nettement plus complexes sont les catégorisations lexicales déjà opérées par les langues naturelles dont la connexité est assurée par la syntaxe sous forme d'énoncés à prétention scientifique. C'est le cas par exemple des structures de parenté induites par le seul fait que chacun a un père et une mère, compliquées ensuite par des distinctions subalternes du genre frère, sœur, neveu ou nièce.

À ce stade l'ensemble des énoncés que l'on peut tenir sur le domaine (les phénomènes s'apparente à ce que Georges Canguilhem nomme « une doctrine informe » :

une doctrine informe est, puisque c'est une doctrine, c'est-à-dire une opinion donnée pour savoir communicable, un système plus ou moins bien cohérent de concepts, relatifs à un secteur ou à un champ local de l'expérience humaine. S'il y a système, même à l'état inchoatif, il est clair qu'il y a forme. Mais, précisément, il ne s'agit pas de la forme ou des formes capables de satisfaire aux exigences du savoir pour lesquelles la doctrine est donnée, par ses

auteurs ou par la tradition. L'informe d'une doctrine est saisi, non sans difficultés ni retards, après que la preuve est faite de **l'insoutenable prétention à l'universalité d'une opinion régionale** [souligné par nous] (Canguilhem, 1972, p. 8).

On ne manquera pas de noter que l'état de doctrine informe porte en lui-même un enjeu qui relève de la sociologie de la science dans la mesure où cette « insoutenable prétention » pointée par Canguilhem renvoie à des phénomènes de pouvoir et d'influence, ce qui donne à penser que les luttes académiques ne sont pas étrangères au développement de la pensée scientifique à travers la fixation de ses critères d'excellence. En d'autres termes l'informe peut rester longtemps la règle et se trouver paré des plus grands mérites surtout dans les sciences de l'homme dans lesquelles il ne saurait y avoir d'expérience cruciale validant ou invalidant des opinions tenues pour vraies dans les instances de gestion de la recherche. Il n'y a pas seulement des bonnes fées au berceau d'une théorie naissante... Bien entendu les tenants de l'usage des méthodes quantitatives soutiendront qu'elles sont l'unique moyen pour les sciences sociales d'accéder à un statut scientifique tandis que les tenants des méthodes qualitatives soutiendront au contraire que les méthodes quantitatives tendent à voiler la réalité du phénomène social étudié. Cependant personne ne pourra nier la nécessité d'un moment formel afin de sortir de l'opinion régionale, s'affranchir de l'informe et prétendre à l'universalité.

## **Langues naturelles et formalismes**

### *Le langage mixte de la science*

Dans les cas envisagés ci-dessus les relations sur l'ensemble des catégories sont apportées par leur genèse même y compris les descriptions régionales du monde au moyen des langues naturelles dont le système est de facto organisateur dès lors qu'il permet l'expression de propositions, de quelque nature qu'elles soient. C'est cet ensemble faiblement structuré par le système des langues qui s'érige en doctrine informe relativement au domaine. Peirce donne une explication qui permet de penser l'informe comme résultant d'une confusion entre opérations de l'esprit :

des concepts qui sont en réalité des produits d'une opération de logique, sans qu'ils paraissent tels au premier abord, se mêlent à nos pensées ordinaires et causent fréquemment de grandes confusions. C'est ce qui a lieu, par exemple, avec le concept de qualité. Une qualité prise en elle-même n'est jamais connue par l'observation. On peut voir qu'un objet est bleu ou vert, mais la qualité bleu ou la qualité vert ne sont point choses qu'on voit, ce sont les produits d'une opération de logique (Peirce, 1879, p. 6).

On pourra dès lors convenir avec Gilles-Gaston Grangier que :  
 l'épistémologie d'une discipline scientifique suppose une prise de conscience de la pratique scientifique qui lui correspond et non pas seulement une spéculation, si ingénieuse et si pénétrante soit-elle, sur des théories. Finalement le problème fondamental demeure bien celui des **formes** de la pensée scientifique (Grangier, 1967, p. 18).

La recherche qualitative doit donc s'attacher avant toute chose aux formes de son expression en gardant constamment à l'esprit les caractéristiques fondamentales de la pensée scientifique reconnues par les communautés scientifiques déjà-là, c'est-à-dire celle des sciences exactes et expérimentales. C'est dans la création et la manipulation des formes qu'elle crée et des algèbres de formes qu'elle est capable de générer que la recherche qualitative pourra se présenter comme autre chose qu'un jeu de langage. Le désir louable de ne pas perdre la moindre information sur l'objet de la connaissance ne doit pas servir d'alibi à un refus de mobiliser des formalismes d'une autre nature comparables à ceux que pratique la science établie. D'ailleurs la séparation – qui remonte à la distinction pascalienne entre esprit de géométrie et esprit de finesse – n'est pas aussi étanche que l'on croit. En effet, « si nous ouvrons un livre de physique, de mathématiques ou de chimie, nous constatons que l'auteur fait le plus souvent usage d'une langue mixte, où alternent les phrases vernaculaires et les formules d'un symbolisme spécifique » (Grangier, 1967, p. 43). On peut donc à bon droit viser un état de la recherche qualitative qui ne se confonde pas avec un discours vulgaire et soit le lieu d'une tension constante vers un discours autant que possible formalisé.

En tant que pensée en exercice, elle [la science] ne peut se présenter que comme une tentative de mise en forme, commentée par le truchement d'un langage non formel. La formalisation totale n'apparaît jamais que comme un horizon de la pensée scientifique, et l'on peut dire que la collaboration des deux langages est un caractère transcendantal, c'est-à-dire dépendant des conditions mêmes d'appréhension d'un objet (Grangier, 1967, p. 44).

Certes il est bien clair a priori que l'on n'atteindra pas dans la recherche qualitative des niveaux très élevés de sophistication formelle et notamment le calcul avec les formes disponibles sera une exception et le plus souvent limité à la mise en œuvre de règles combinatoires du type de celles que l'on définit dans les structures relationnelles les plus générales.

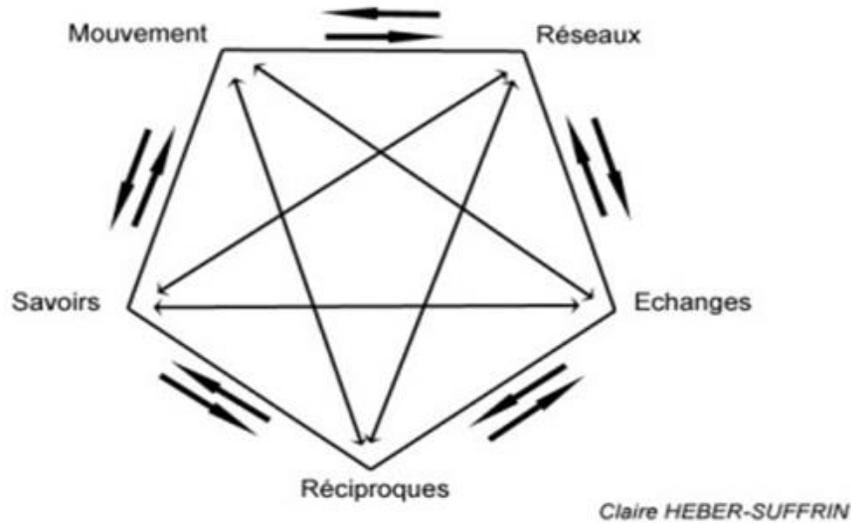
### ***Des formalisations naïves : schémas, graphes et diagrammes***

La profusion des schémas, graphes et de diagrammes de toute nature depuis la simple flèche de A vers B jusqu'aux effroyables entrelacs de flèches pas ou peu codées joignant d'innombrables points ou cartouches légendés à l'emporte-pièce que l'on rencontre à satiété dans une majorité de textes à prétention scientifique en sciences humaines atteste sûrement combien est ressentie la nécessité de produire des formes quand on a épuisé les ressources du discours. Une simple requête sur un moteur de recherche en ramène des milliers. Voici ci-dessous un archétype (repéré à <http://www.marketingonthebeach.com/leco-systeme-des-medias-sociaux-en-2010/>) :

On observera l'extrême hétérogénéité des sommets de ce pentagone avec un énigmatique « mouvement » et un étrange « Réciproques », des flèches dans tous les sens pour lesquelles, même avec la meilleure des bonnes volontés, il est quasiment impossible d'énoncer quels éléments éventuels elles pourraient mettre en correspondance entre ensembles aussi vaguement désignés. Ceci pour souligner que cette nécessité de produire des formes interroge la capacité de ceux qui la ressentent à en produire qui aient quelque pertinence et les conduit aux confins de leur culture scientifique. D'où la naïveté d'un très grand nombre de ces productions iconiques même s'il n'est pas exclu que certains de ces bricolages puissent à l'usage se révéler réellement heuristiques. Il n'en reste pas moins que ce vague et ces imprécisions dans la mesure où ils sont largement majoritaires deviennent des standards et n'incitent aucunement à la rigueur indispensable en la matière. Nous en tirerons comme argument qu'ils sont là pour répondre peut-être mal et souvent au degré zéro à une nécessité puisque tel est notre propos.

### ***Deux exemples significatifs : le Système de la mode de Roland Barthes, la sémiolinguistique de Louis Hjelmslev***

*Le Système de la mode* c'est pour Roland Barthes un morceau de bravoure dont il semble qu'il lui a été en quelque sorte dicté par la nécessité de faire sérieux afin d'être muni d'un diplôme universitaire en rapport avec sa stature et sa notoriété. Il qualifia ultérieurement son travail de « petit délire scientifique » ce qui en dit long sur son implication réelle dans cette étape dans laquelle il ne voyait finalement qu'une concession faite à un certain académisme dont il convenait de s'excuser sitôt la démonstration effectuée. Si nous regardons d'un peu près les fondements de ce « délire » obligé on voit très rapidement qu'il n'y a pas de quoi s'extasier sur la performance formelle qui étant quelque peu l'amorce qui est inscrite dans ses *Éléments de sémiologie*. En effet sa démarche



**Figure 1.** Les cinq pôles conceptuels et interactifs des Réseaux d'Échanges Réciproques de Savoirs

peut se réduire à l'itération du processus qui consiste à construire un niveau sur un autre niveau en conservant le même schéma binaire de départ : il érige à chaque fois un couple signifiant/signifié (dénotation) érigé en nouveau signifiant couplé à un nouveau signifié (connotation).

L'approche du sémiolinguiste danois Louis Hjelmslev est un peu plus élaborée. Pour lui la langue est un réseau de fonctions sémiotiques. À chaque fonction sémiotique sont associés deux fonctifs qui sont les deux arguments que la fonction met en rapport c'est à dire forme du contenu et forme de l'expression. Ces deux formes n'existent qu'en vertu de la fonction sémiotique et prennent, suivant l'image de Hjelmslev, « la substance dans leur filet ».

Dans cette perspective la phonologie, classiquement définie comme étude des unités distinctives de l'expression phonique (les phonèmes) déterminées par leurs fonctions dans la langue, devient l'étude des formes de l'expression tandis que la phonétique qui les étudie en eux-mêmes (depuis la production des sons par l'appareil de la phonation jusqu'à leur perception par l'appareil auditif) devient celle de la substance de l'expression.

Il postule un « parallélisme » entre un « plan » de l'expression et un « plan » du contenu ce qui ouvre la voie à une sémantique (communément

appelée structurale) par le simple transfert des distinctions (ou écarts différentiels) constatées au plan de l'expression à des distinctions au plan du contenu. En d'autres termes la forme repérée au plan de l'expression (dans lequel on dispose de procédures « objectives ») est reportée au plan du contenu (qui n'est pas accessible à l'observation) et c'est précisément ce report qu'exprime la notion de fonction sémiotique. Ainsi c'est la matérialité du signifiant qui sert de garant à une approche qui se veut positive et objective du signifié. En fait du point de vue formel ce parallélisme n'est guère qu'un homomorphisme entre deux structures dont l'une, la structure source est un observable, et l'autre, qui ne l'est pas, sera de ce fait informée par ces transferts de forme.

Là encore, la grande simplicité des moyens formels utilisés qui rapidement tournent court, confortent nos conclusions. Cependant nous noterons avec intérêt l'apparition dans l'approche hjelmsléviennne de termes (plans) et de type de relations (homomorphisme) en provenance directe de la mathématique.

***Un désir de mathématiques : les mathèmes et les nœuds borroméens de Jacques Lacan***

En donnant le nom de « mathèmes » à des symboles Jacques Lacan illustre on ne peut mieux la nécessité que nous ne cessons de souligner car il envisage clairement un avenir « algébrique » à sa théorie. Dans un séminaire (1969-1970) il construit un objet mathématique qu'il appelle « un appareil à quatre pattes » :

Le mathème, modèle de langage articulé à une logique de l'ordre symbolique, impose une "écriture d'aspect algébrique contribuant à formaliser la théorie psychanalytique". [...]. Cependant les premiers mathèmes sont plus anciens : ils datent d'avant 1955. La formule du signifiant (algorithme S/s) peut être considérée comme le premier mathème.

**Lacan conçoit le mathème comme un "pont" rattachant la psychanalyse à la science** : il espère que l'algébrisation lui permettra d'élaborer une transmission du savoir psychanalytique "portant sur la structure en dehors des variations propres à l'imaginaire, et échappant à la nécessité du support de la parole de l'auteur" (De Franceschi, 2010).

Lacan aura aussi recours à la topologie et utilisera le nœud borroméen pour représenter sa conception des rapports du Réel, du Symbolique et de l'Imaginaire. Il rencontrera plusieurs jeunes mathématiciens, dont Pierre Soury qui produira des développements à partir de cette figure et sera l'auteur de

Chaînes et nœuds, ouvrage posthume paru en 1988. On notera pour la petite histoire qu'il a évoqué (1976) CS Peirce dont la sémiotique est fondée sur une triade représentée par un nœud borroméen :

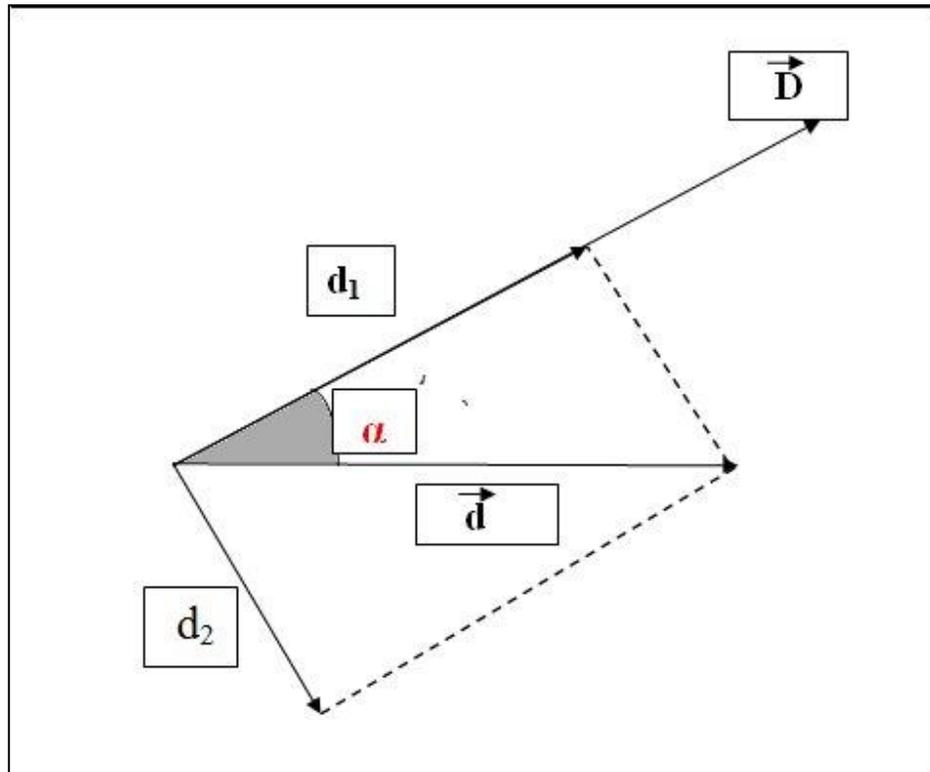
Un nommé Charles Sanders Peirce a construit là-dessus sa logique à lui qui, du fait de l'accent qu'il met sur la relation, l'amène à faire une logique trinitaire. **C'est tout à fait la même voie que je suis**, à ceci près que j'appelle les choses dont il s'agit par leur nom : Symbolique, Imaginaire et Réel, dans le bon ordre (Balat, 2000, p. 8).

***L'importation de formes : Frédéric Lordon : patronat, salariat et produit scalaire***

La notion même de structure formelle porte avec elle la notion de relation morphologique entre structures. En mathématiques on parlera d'isomorphisme ou d'homomorphisme et on peut aller au-delà avec les foncteurs et les transformations naturelles de foncteurs de l'algèbre homologique. En sciences humaines dans lesquelles l'informe est pour ainsi dire « natif », même après catégorisation on a souvent recours à des procédés métaphoriques particuliers qui consistent à importer dans un domaine des formes venues d'un autre domaine déjà formalisé, au moins partiellement.

Combinant Marx et Spinoza, Frédéric Lordon veut rendre compte du fait que le salariat n'est rien d'autre que l'appropriation par le capital non seulement de la force de travail et du temps des travailleurs mais aussi de leurs désirs, de ces tensions qui orientent leur *conatus*, à savoir leur tendance à persévérer dans leur être. Pour cela il a recours à une notion géométrique : le produit scalaire de deux vecteurs, une notion qui apparaît dans les programmes scolaires à la fin de l'enseignement secondaire. Il est pratiquement assuré que cette notion est présente dans le background de ses lecteurs et il évite ainsi des hypothèses psychiques individuelles qui ne relèveraient pas de la sociologie.

La Figure 2 ne prend sens qu'avec son indispensable légende qui consiste en fait à plonger un diagramme formel dans le fonctionnement social. Les vecteurs représentent des concepts et les rapports entre les vecteurs (leur produit, c'est-à-dire la loi de composition interne dans l'espace euclidien de la géométrie ordinaire) traduisent les rapports possibles entre les désirs représentés.



**Figure 2.** Désir-maître et résistance à la servitude

D représente le désir-maître, le conatus patronal, c'est-à-dire « la puissance propre et singulière de tout "étant" à persévérer dans cet effort pour conserver et même augmenter, sa puissance d'être » (repéré à <http://fr.wikipedia.org/wiki/Conatus>) d représente le conatus « enrôlé », c'est-à-dire la plus ou moins grande implication vécue par le salarié dans le rapport à son ou à ses patrons.  $d_1$  est la projection de d sur D; c'est la « part » de d enrôlée par D, soit la soumission au désir patronal.  $d_2$  est la projection de d sur la perpendiculaire à D; c'est la « part » de d non enrôlée par D, la résistance à la servitude.

On voit littéralement que lorsque le désir du travailleur devient colinéaire à celui de son entreprise (cas  $\alpha = 0$ ), l'implication dans le travail peut être totale, sans que la volonté ait quelque chose à voir dans cet alignement. C'est la servitude « heureuse », comparable à celle des soldats de 1914 partant pour la boucherie la fleur au fusil. On peut rattacher ce cas au syndicalisme

cogestionnaire dans sa forme la plus aboutie. En revanche lorsque ce désir devient perpendiculaire à celui de l'entreprise (cas  $\alpha = 90^\circ$ ) on est dans le refus et la contestation systématique que l'on retrouve au cœur du syndicalisme révolutionnaire. Toutes les autres valeurs de l'angle  $\alpha$  peuvent être associées à toutes les nuances du syndicalisme réformiste qui peut être plus ou moins cogestionnaire, plus ou moins révolutionnaire. Finalement on obtient une représentation vectorielle dynamique qui permet, avec une grande économie de moyens, d'embrasser le champ des rapports entre patronat et salariat.

***L'affaire Sokal-Bricmont : un canular édifiant***

Cette affaire est notamment évoquée dans l'éditorial du numéro 296 de *La Recherche*, 1996 :

Le physicien Alan D. Sokal, de l'Université de New York, avait soumis un texte brillant au titre ronflant – “Transgressant les limites – vers une herméneutique de la gravité quantique” – à *Social Text*, une revue de sciences humaines de l'Université Duke, en Caroline du Nord. Écrit dans un solide jargon philosophico-analytico-sociologique, l'article est truffé de références à des auteurs français en vogue dans les milieux universitaires américains : Derrida, Lacan, Althusser, Latour, Serres. Les éditeurs de *Social Text* l'ont publié sans s'apercevoir qu'il s'agissait d'un canular destiné, selon son auteur, à ridiculiser la littérature “postmoderne” du constructivisme social. Après que Sokal eut révélé la supercherie dans *Lingua Franca*, *La New York Review of Books* ouvrit ses colonnes au prix Nobel de physique Steven Weinberg qui loua l'initiative de Sokal. Pour les deux physiciens, la réussite de ce canular a enfin apporté la preuve du manque de rigueur régnant dans ce milieu intellectuel qui, en pratiquant à doses plus ou moins élevées un certain “relativisme culturel”, menacerait la science (p. 5).

Il ne s'agit pas pour nous de prendre parti dans cette affaire (qui suscita en son temps des torrents d'écriture) mais une fois de plus de souligner combien la tension vers les disciplines formelles ou formalisées est forte au point d'inspirer des modes, de fonder des stratégies de pouvoir (en les instrumentalisant) qui aux yeux de certains frisent l'imposture :

Que disent les imposteurs? Ils tirent partie des conclusions de la science moderne, de la mécanique quantique notamment, sur l'indétermination du monde et son inaccessibilité à notre totale compréhension pour conclure que toute connaissance est

impossible et que tout exercice de la raison est vain (Rochet, 2001).

La nature des formes convoquées aboutissent in fine à substituer à remplacer la connaissance du réel par une pure spéculation intellectuelle. On peut même conjecturer que plus les domaines sont complexes et donc plus les formalisations sont difficiles plus on sera tenté de produire dans ces domaines avec des formalismes convoqués à cet usage des « effets de science » dont la valeur restera pour l'essentiel cosmétique.

### **Formalisations mathématiques : les assurances de la raison**

#### *La théorie des groupes et les Murngin*

Un exemple célèbre est celui des structures de parenté en vigueur chez les Murngin, une tribu du Nord de l'Australie qui posaient problème à l'ethnologue Claude Lévi-Strauss au point qu'il demanda l'aide du mathématicien André Weil, car il avait bien compris qu'il y avait un corpus de règles dont la généralité ne pouvait être atteinte qu'à travers un langage formalisé, la langue se révélant impraticable à cet égard. Voici ce qu'en dit le mathématicien :

D'après ce qu'ont observé les sociologues travaillant "sur le terrain", les lois de mariage des tribus indigènes d'Australie comportent un mélange de règles exogamiques et endogamiques dont la description et l'étude posent des problèmes combinatoires parfois compliqués. Le plus souvent le sociologue s'en tire par l'énumération de tous les cas possibles dans l'intérieur d'un système donné. Mais la tribu des Murngin, à la pointe Nord de l'Australie, s'était donné un système d'une telle ingéniosité que Lévi-Strauss n'arrivait plus à en dérouler les conséquences. En désespoir de cause il me soumit son problème.

Le plus difficile pour le mathématicien, lorsqu'il s'agit de mathématique appliquée, est souvent de comprendre de quoi il s'agit et de traduire dans son propre langage les données de la question. Non sans mal, je finis par voir que tout se ramenait à étudier deux permutations et le groupe qu'elles engendrent. Alors apparut une circonstance imprévue.

Les lois de mariage de la tribu Murngin, et de beaucoup d'autres, comportent le principe suivant : "Tout homme peut épouser la fille du frère de sa mère," ou, bien entendu, l'équivalent de celle-ci dans la classification matrimoniale de la tribu. Miraculeusement, ce principe revient à dire que les deux permutations dont il s'agit

sont échangeables, donc que le groupe qu'elles engendrent est abélien. Un système qui à première vue menaçait d'être d'une complication inextricable devient ainsi assez facile à décrire dès lors qu'on introduit une notation convenable. Je n'ose dire que ce principe a été adopté pour faire plaisir aux mathématiciens, mais j'avoue qu'il m'en est resté une certaine tendresse pour les Murngin (Audin, 2009).

On peut se demander quel est le gain d'intelligibilité puisqu'après tout les Murngin s'en tiraient très bien sans solliciter la théorie des groupes avec la règle toute simple « Tout homme peut épouser la fille du frère de sa mère ». Pour en apprécier l'intérêt heuristique il faut prendre en compte le changement d'univers descriptif opéré lorsque l'on substitue une permutation à un individu. Le nouvel univers formalisé et ainsi rationalisé est soumis à la logique mathématique qui autorise des déductions débouchant sur de nouvelles propositions dont la valeur de vérité est certaine puisque dans tout ces cas ce qui est vrai des prémisses est vrai des conclusions. Les débats entre les ethnologues qui produisent des observations empiriques peuvent dès lors se dérouler dans le champ bien balisé d'une théorie mathématique avec des objets mathématiques dont les propriétés et les règles de composition sont bien connues. C'est ce que l'on constate dans le cas des Murngin en se rapportant à l'appendice mathématique de l'article de Jorion et De Meur (1980) dans lequel les différents diagrammes empiriques relevés par les observateurs se retrouvent plongés dans un groupe de permutations à huit éléments qui est devenu désormais le lieu du débat sous le contrôle de la théorie des groupes en guise de juge de paix.

### ***Économie et théorie des jeux***

Les conséquences d'une formalisation rigoureuse sont aussi une garantie contre les obstacles idéologiques qui jalonnent le développement des théories scientifiques, surtout en Sciences Humaines. C'est encore Claude Lévi qui le souligne malicieusement :

les tentatives récentes d'application des mathématiques modernes (dites « qualitatives ») à la théorie économique ont abouti à un remarquable résultat : plus la théorie devenait mathématique et donc – en apparence – abstraite, plus elle impliquait au départ, comme matière de son formalisme, des objets historiques et concrets. Aucune forme de la pensée économique bourgeoise n'est plus proche des conceptions marxistes que le traitement hautement mathématique présenté, en 1944, par John von Neumann et Oskar Morgenstern dans la *Theory of Games and Economic Behaviour* :

chez eux, la théorie s'applique à une société divisée en groupes rivaux et entre lesquels se créent des antagonismes ou des coalitions. À l'inverse de ce qu'on pourrait croire, la mathématisation des sciences sociales ne s'accompagne nullement d'une déshumanisation. Elle correspond au fait qu'à l'intérieur de chaque discipline, la théorie tend à devenir de plus en plus générale. Dans l'expression mathématique, la science économique, la sociologie, la psychologie découvrent un langage commun. Et on s'aperçoit très vite que ce langage commun est possible, parce que les objets auxquels il s'applique sont en réalité identiques (Lévi-Strauss, 2008).

***Un exemple canonique : la sémiotique dure***

Nous avons indiqué supra comment les catégories phanéroscopiques de Peirce pouvaient être pourvues d'une structure d'ordre opérationnelle très simple de par leur nature même. On la représentera ainsi :

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$$

Et nous serons contraints d'utiliser la langue naturelle pour préciser que les nombres représentent les catégories correspondantes et les flèches des relations de présupposition. On pourrait penser à cet instant qu'on est juste dans une notation commode, une sorte de sténographie qui se ferait passer avec une certaine prétention comme une avancée scientifique de première grandeur. Sauf que, pour aussi simple qu'elle paraisse, cette structure est aussi une catégorie algébrique (avec trois objets et deux morphismes concaténés plus les trois identités soit en tout six morphismes) au sens de l'algèbre homologique et qu'elle peut donc être dorénavant instrumentalisée comme source de relations (fonctorielles) avec d'autres catégories algébriques. Nous verrons plus loin que l'on peut engendrer les classes de signes de la sémiotique de Peirce et beaucoup plus en systématisant. La formalisation initiale devient une mathématisation de fait... et nous opérons toujours dans la phénoménologie... Nous passons dans la sémiotique sans quitter le champ algébrique en introduisant la définition du signe triadique sous la forme  $O \rightarrow R \rightarrow I$  où  $O$  est l'objet du signe (ce qui est représenté,  $R$  le representamen (ce qui représente) et  $I$  l'interprétant (l'effet produit sur un esprit qui a intériorisé les habitus interprétatifs en vigueur dans une culture); les flèches sont des relations de simple détermination. À partir de là on peut engendrer les classes de signes de la sémiotique de Peirce et aller bien au-delà en jouant des propriétés de la ressource qui en retour informent et ordonnent les observations empiriques. C'est ainsi qu'en ordonnant « naturellement » les dix foncteurs (et exactement dix) qui existent entre la catégorie  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$  ci-dessus et la catégorie  $O \rightarrow R$

→ I on obtient les dix classes de signes de la sémiotique de Peirce. On les retrouve avec une certitude absolue (ce qui montre que ces formes algébriques subsument exactement la pensée de l'auteur). De plus, on vérifie qu'elles sont ordonnées par les transformations naturelles de foncteurs en une structure de treillis. Cette dernière devient immédiatement opérationnelle et ouvre la voie à des développements formels qui en combinant à divers titres les concepts de base permettent d'approcher avec une rigueur jamais démentie les niveaux de complexité nécessaires et suffisants à une bonne intelligibilité des phénomènes de signification. C'est une véritable algèbre de formes qui permet, par exemple, grâce à la notion de diagramme dans une catégorie et aux notions annexes de somme et produit de diagrammes d'investir des signes complexes et déboucher sur une méthodologie rigoureuse. On peut même construire des significations à la demande en contrôlant l'agrégation de significations simples, ce qui équivaut à une sorte de calcul du sens. La formalisation initiale devient une mathématisation de fait de l'ensemble du domaine (Marty, 1990).

***Qualité, subjectivité, objectivité***

La difficulté inhérente à la qualité c'est qu'elle n'est appréhendée qu'au travers des subjectivités. Une qualité est toujours la qualité d'un « *feeling* » et le concept de qualité lui-même est une construction logique. Cela implique une approche dans la construction des objets de connaissance car ces derniers nécessitent un accord préalable d'une communauté scientifique. Cet accord peut se faire sur critères académiques incluant aussi bien les luttes entre paradigmes souvent réglés par des interventions des pouvoirs institutionnels et des phénomènes de camarilla qui impliquent à tout moment l'Homo Academicus. Une bonne façon de les régler consiste précisément à faire en sorte que soit reconnue cette nécessité du moment formel, aussi naïf et velléitaire soit-il au départ mais toujours reconnu comme étape d'un processus tendu vers une mathématisation au moins partielle des domaines abordés. À cet égard les travaux que Petitot-Cocorda (1992) a réalisés avec une très forte assise à la fois philosophique, épistémologique et mathématique sont incontournables. Au cœur de son approche on trouve la question de la prolongation dans les Sciences Humaines du point de vue des sciences naturelles en plaçant les mathématiques au centre de la constitution des objectivités comme dans celles-ci. Il y combat l'idée reçue selon laquelle les sciences humaines traitent de formes relevant de la seule subjectivité (l'option « logicienne »), qu'à ce titre elles ne sont pas formalisables pour atteindre à l'universalité et que les mathématiques peuvent tout au plus s'occuper de phénomènes plus ou moins quantifiables ou réguler un ensemble d'opérations conceptuelles. Gaëtan Desmarais rendant compte de ses travaux menés avec René Thom sur la morpho-dynamique des structures souligne que même

s'ils admettent la pertinence de distinguer les phénomènes naturels des phénomènes culturels, ils considèrent que les conséquences que tire de cette distinction l'option logiciste, en ce qui concerne notamment le rôle des mathématiques en sciences, sont en grande partie fallacieuses (Desmarais, 1998, p. 21).

Jean Petitot insiste particulièrement sur le fait que

le rapport mathématique monde n'est pas un jeu à deux entre une syntaxe formelle et une sémantique phénoménale, mais un jeu à quatre entre un rapport syntaxe sémantique côté mathématique et un rapport diversité phénoménale-unité catégoriale côté monde (cité par Desmarais, 1998, p. 54).

Il affirme avec force ce qui charpente notre propos récurrent : « le contenu objectif des phénomènes d'une ontologie régionale est fourni par leur subsomption sous un système de catégories » (Desmarais, 1998, p. 23). Cette approche lui a permis d'objectiver des structures dans des domaines très divers, notamment en biologie, Gestalt-théorie, phonologie, semio-linguistique, sciences cognitives. Ces résultats apparaissent toujours pertinents parce qu'il ya conformité des phénomènes au sens des objets construits et parce que la générativité des modèles mathématiques (la richesse de la combinatoire des formes catégorielles) permettent à la théorie conceptuelle d'épouser la diversité des phénomènes.

### **Conclusion**

La recherche qualitative, dans la mesure où elle ne sombrera pas dans le post-modernisme qui peut lui fournir un alibi commode pour rester confinée dans l'informe, sera donc fatalement confrontée à se prononcer sur cette opinion formulée par Kant selon laquelle « Or, je soutiens que dans toute théorie particulière de la nature, il n'y a de science proprement dite qu'autant qu'il s'y trouve de mathématique » (1982, p. 11). Les mathématiques qui peuvent être regardées comme la science des formes indépendamment de leur existence réelle sont en capacité de fournir ou d'élaborer des formes pertinentes convenant à tout domaine come ce fut toujours le cas dans les Sciences Exactes. C'est en assumant cette tension qu'elle se donnera des moyens sûrs et contrôlables d'accéder à l'universalité.

### **Références**

- Audin, M. (2009). Hommage à Claude Lévi-Strauss. *Images des mathématiques*. Repéré à <http://images.math.cnrs.fr/Hommage-a-Claude-Levi-Strauss.html>

- Balat, M. (2000). *Des fondements sémiotiques de la psychanalyse*. Paris : L'Harmattan.
- Barthes, R. (1965). *Le degré zéro de l'écriture. Éléments de sémiologie*. Paris : Gonthier.
- Barthes, R. (1967) *Système de la mode*. Paris : Éditions du Seuil.
- Canguilhem, G. (Éd). (1972). *La mathématisation des doctrines informes*. Paris : Hermann.
- De Franceschi, É. (2010). Le moment de conclure (1977-1978). *Oxymoron*. Repéré à <http://revel.unice.fr/oxymoron/index.html?id=3072>.
- Desmarais, G. (1998). *Dynamique du sens. Autour des thèses de Jean Petitot*. Québec : Septentrion.
- Grangier, G. G. (1967). *Pensée formelle et sciences de l'homme*. Paris : Aubier-Montaigne.
- Jorion, P., & De Meur G. (1980). La Question murngin, un artefact de la littérature anthropologique. *L'Homme*, 20(2), 39-70.
- Kant, E. (1982). *Premiers principes métaphysiques de la science de la nature*. Paris : Vrin.
- Lévi-Strauss, C. (2008). Les sciences sociales sont un humanisme. *Sciences humaines*, 8. Repéré à [http://www.scienceshumaines.com/les-sciences-sociales-sont-un-humanisme\\_fr\\_22958.html](http://www.scienceshumaines.com/les-sciences-sociales-sont-un-humanisme_fr_22958.html)
- Marty, R. (1990). *L'algèbre des signes*. Amsterdam : John Benjamins.
- Marty, R. (2012). *Les fondements formels de la phénoménologie peircienne*. Repéré à [http://robert.marty.perso.neuf.fr/Fondements/Les fondements formels de la phénoménologie peircienne.docx](http://robert.marty.perso.neuf.fr/Fondements/Les_fondements_formels_de_la_phénoménologie_peircienne.docx).
- Peirce, C. S. (1878). La logique de la science. Première partie. Comment se fixe la croyance. *Revue philosophique de la France et de l'étranger*, VI, 553-569.
- Peirce, C. S. (1879). La logique de la science. Deuxième partie. Comment rendre nos idées claires. *Revue philosophique de la France et de l'étranger*, VII, 39-57.
- Petitot-Cocorda, J. (1992). *Physique du sens*. Paris : Éditions du CNRS.
- Rochet, C. (2001). *Gouverner par le bien commun*. Repéré à <http://www.webnietzsche.fr/postmodern.rtf>

**Robert Marty** est professeur de mathématiques puis de sciences de l'information et de la communication à l'Université de Perpignan. Docteur d'État ès Sciences Mathématiques (1969), Docteur d'État ès Lettres et Sciences Humaines (1987). *Domaine de recherches : la sémiotique triadique de Charles Sanders Peirce : sa formalisation algébrique, son épistémologie, son implication dans la sociologie, les méthodologies d'analyse et de construction des significations.*